Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №4

з дисципліни **«Методи оптимізації та планування»**

Виконала:

студентка групи ІО-91

Гученко Софія

Залікова книжка № IO-9108

Перевірив:

ас. Регіда П.Г.

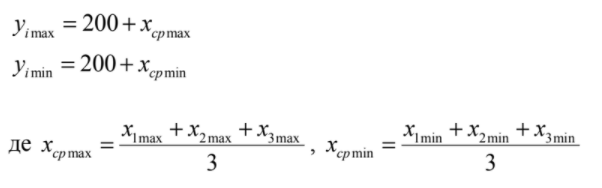
Київ – 2021

Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням ефекту взаємодії

**Мета:** провести повний трьохфакторний експеримент. Знайти рівняння регресії адекватне об'єкту.

**Завдання на лабораторну роботу:**

1. Скласти матрицю планування для повного трьохфакторного експерименту.
2. Провести експеримент, повторивши N раз досліди у всіх точках факторного простору і знайти значення відгуку Y. Знайти значення Y шляхом моделювання випадкових чисел у певному діапазоні відповідно варіанту.



1. Знайти коефіцієнти рівняння регресії та записати його.
2. Провести 3 статистичні перевірки - за критеріями Кохрена, Стьюдента, Фішера.
3. Зробити висновки по адекватності регресії та значимості окремих коефіцієнтів і записати скореговане рівняння регресії.
4. Написати комп'ютерну програму, яка усе це виконує.

**Варіант завдання:**



Xcp max = 105/3 = 35

Xcp min = 5/3 ≈ 2

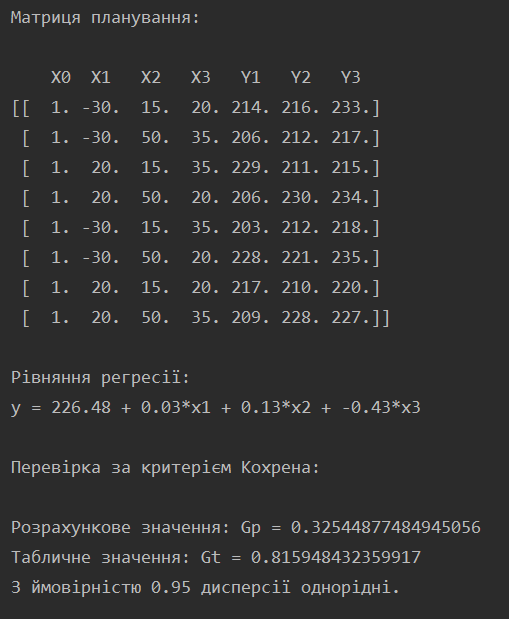
Ymax = 235

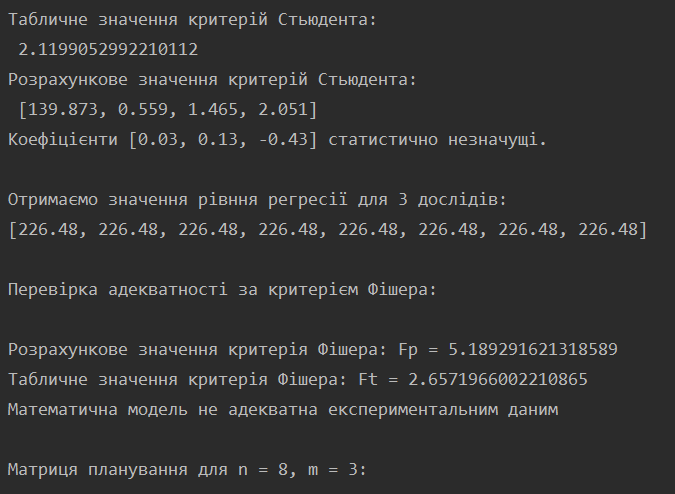
Ymin = 202

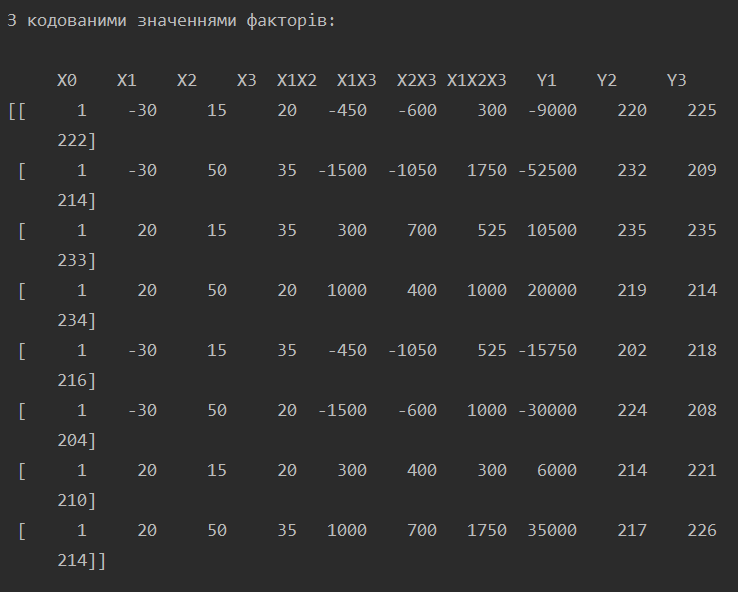
**Роздруківка тексту програми:**

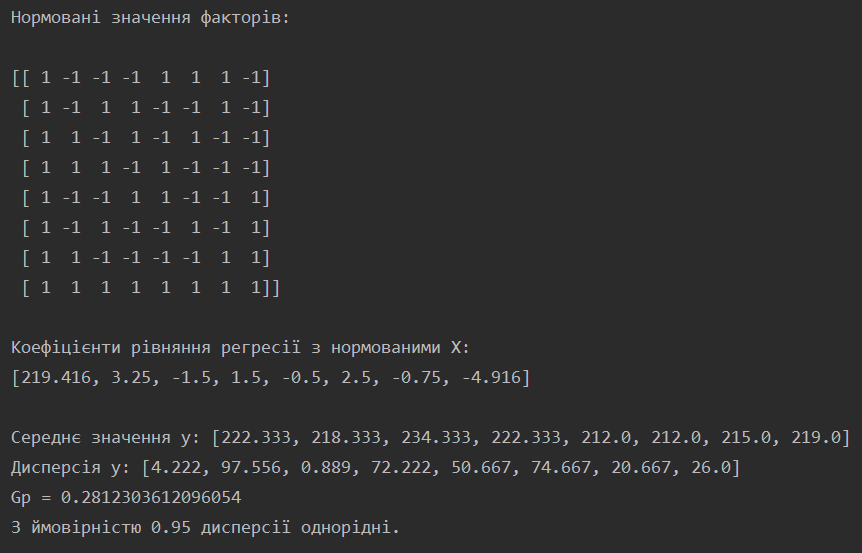
import random  
import numpy as np  
import sklearn.linear\_model as lm  
from scipy.stats import f, t  
from numpy.linalg import solve  
  
  
def regression(x, b):  
 y = sum([x[i] \* b[i] for i in range(len(x))])  
 return y  
  
  
def dispersion(y, y\_aver, n, m):  
 res = []  
 for i in range(n):  
 s = sum([(y\_aver[i] - y[i][j]) \*\* 2 for j in range(m)]) / m  
 res.append(round(s, 3))  
 return res  
  
  
def planing\_matrix\_interaction\_effect(n, m):  
 x\_normalized = [[1, -1, -1, -1],  
 [1, -1, 1, 1],  
 [1, 1, -1, 1],  
 [1, 1, 1, -1],  
 [1, -1, -1, 1],  
 [1, -1, 1, -1],  
 [1, 1, -1, -1],  
 [1, 1, 1, 1]]  
 y = np.zeros(shape=(n, m), dtype=np.int64)  
 for i in range(n):  
 for j in range(m):  
 y[i][j] = random.randint(y\_min, y\_max)  
  
 for x in x\_normalized:  
 x.append(x[1] \* x[2])  
 x.append(x[1] \* x[3])  
 x.append(x[2] \* x[3])  
 x.append(x[1] \* x[2] \* x[3])  
  
 x\_normalized = np.array(x\_normalized[:len(y)])  
 x = np.ones(shape=(len(x\_normalized), len(x\_normalized[0])), dtype=np.int64)  
  
 for i in range(len(x\_normalized)):  
 for j in range(1, 4):  
 if x\_normalized[i][j] == -1:  
 x[i][j] = x\_range[j - 1][0]  
 else:  
 x[i][j] = x\_range[j - 1][1]  
  
 for i in range(len(x)):  
 x[i][4] = x[i][1] \* x[i][2]  
 x[i][5] = x[i][1] \* x[i][3]  
 x[i][6] = x[i][2] \* x[i][3]  
 x[i][7] = x[i][1] \* x[i][3] \* x[i][2]  
  
 print(f'\nМатриця планування для n = {n}, m = {m}:')  
 print('\nЗ кодованими значеннями факторів:')  
 print('\n X0 X1 X2 X3 X1X2 X1X3 X2X3 X1X2X3 Y1 Y2 Y3')  
 print(np.concatenate((x, y), axis=1))  
 print('\nНормовані значення факторів:\n')  
 print(x\_normalized)  
  
 return x, y, x\_normalized  
  
  
def find\_coef(X, Y, norm=False):  
 skm = lm.LinearRegression(fit\_intercept=False)  
 skm.fit(X, Y)  
 B = skm.coef\_  
  
 if norm == 1:  
 print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')  
 else:  
 print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')  
 B = [round(i, 3) for i in B]  
 print(B)  
 return B  
  
  
def bs(x, y, y\_aver, n):  
 res = [sum(1 \* y for y in y\_aver) / n]  
 for i in range(7):  
 b = sum(j[0] \* j[1] for j in zip(x[:, i], y\_aver)) / n  
 res.append(b)  
 return res  
  
  
def kriteriy\_studenta2(x, y, y\_aver, n, m):  
 S\_kv = dispersion(y, y\_aver, n, m)  
 s\_kv\_aver = sum(S\_kv) / n  
 s\_Bs = (s\_kv\_aver / n / m) \*\* 0.5  
 Bs = bs(x, y, y\_aver, n)  
 ts = [round(abs(B) / s\_Bs, 3) for B in Bs]  
  
 return ts  
  
  
def kriteriy\_studenta(x, y\_average, n, m, dispersion):  
 dispersion\_average = sum(dispersion) / n  
 s\_beta\_s = (dispersion\_average / n / m) \*\* 0.5  
  
 beta = [sum(1 \* y for y in y\_average) / n]  
 for i in range(3):  
 b = sum(j[0] \* j[1] for j in zip(x[:,i], y\_average)) / n  
 beta.append(b)  
  
 t = [round(abs(b) / s\_beta\_s, 3) for b in beta]  
  
 return t  
  
  
def kriteriy\_fishera(y, y\_average, y\_new, n, m, d, dispersion):  
 S\_ad = m / (n - d) \* sum([(y\_new[i] - y\_average[i])\*\*2 for i in range(len(y))])  
 dispersion\_average = sum(dispersion) / n  
  
 return S\_ad / dispersion\_average  
  
  
def check(X, Y, B, n, m, norm=False):  
  
 f1 = m - 1  
 f2 = n  
 f3 = f1 \* f2  
 q = 0.05  
  
 y\_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]  
 print('\nСереднє значення y:', y\_aver)  
  
 dispersion\_arr = dispersion(Y, y\_aver, n, m)  
  
 qq = (1 + 0.95) / 2  
 student\_cr\_table = t.ppf(df=f3, q=qq)  
  
 ts = kriteriy\_studenta2(X[:, 1:], Y, y\_aver, n, m)  
  
 temp\_cohren = f.ppf(q=(1 - q / f1), dfn=f2, dfd=(f1 - 1) \* f2)  
 cohren\_cr\_table = temp\_cohren / (temp\_cohren + f1 - 1)  
 Gp = max(dispersion\_arr) / sum(dispersion\_arr)  
  
 print('Дисперсія y:', dispersion\_arr)  
  
 print(f'Gp = {Gp}')  
 if Gp < cohren\_cr\_table:  
 print(f'З ймовірністю {1-q} дисперсії однорідні.')  
 else:  
 print("Необхідно збільшити кількість дослідів")  
 m += 1  
 with\_interaction\_effect(n, m)  
  
 print('\nКритерій Стьюдента:\n', ts)  
 res = [t for t in ts if t > student\_cr\_table]  
 final\_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]  
 print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.'.format(  
 [round(i, 3) for i in B if i not in final\_k]))  
  
 y\_new = []  
 for j in range(n):  
 y\_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res], final\_k))  
  
 print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final\_k}')  
 print(y\_new)  
  
 d = len(res)  
 if d >= n:  
 print('\nF4 <= 0')  
 print('')  
 return  
 f4 = n - d  
  
 Fp = kriteriy\_fishera(Y, y\_aver, y\_new, n, m, d, dispersion\_arr)  
  
 Ft = f.ppf(dfn=f4, dfd=f3, q=1 - 0.05)  
  
 print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера')  
 print('Fp =', Fp)  
 print('Ft =', Ft)  
 if Fp < Ft:  
 print('Математична модель адекватна експериментальним даним')  
 return True  
 else:  
 print('Математична модель не адекватна експериментальним даним')  
 return False  
  
  
def with\_interaction\_effect(n, m):  
 X, Y, X\_norm = planing\_matrix\_interaction\_effect(n, m)  
  
 y\_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]  
  
 B\_norm = find\_coef(X\_norm, y\_aver, norm=True)  
  
 return check(X\_norm, Y, B\_norm, n, m, norm=True)  
  
  
def planning\_matrix\_linear(n, m, x\_range):  
 x\_normalized = np.array([[1, -1, -1, -1],  
 [1, -1, 1, 1],  
 [1, 1, -1, 1],  
 [1, 1, 1, -1],  
 [1, -1, -1, 1],  
 [1, -1, 1, -1],  
 [1, 1, -1, -1],  
 [1, 1, 1, 1]])  
 y = np.zeros(shape=(n,m))  
 for i in range(n):  
 for j in range(m):  
 y[i][j] = random.randint(y\_min,y\_max)  
  
 x\_normalized = x\_normalized[:len(y)]  
  
 x = np.ones(shape=(len(x\_normalized), len(x\_normalized[0])))  
 for i in range(len(x\_normalized)):  
 for j in range(1, len(x\_normalized[i])):  
 if x\_normalized[i][j] == -1:  
 x[i][j] = x\_range[j-1][0]  
 else:  
 x[i][j] = x\_range[j-1][1]  
  
 print('\nМатриця планування:' )  
 print('\n X0 X1 X2 X3 Y1 Y2 Y3 ')  
 print(np.concatenate((x, y), axis=1))  
  
 return x, y, x\_normalized  
  
  
def regression\_equation(x, y, n):  
 y\_average = [round(sum(i) / len(i), 2) for i in y]  
  
 mx1 = sum(x[:, 1]) / n  
 mx2 = sum(x[:, 2]) / n  
 mx3 = sum(x[:, 3]) / n  
  
 my = sum(y\_average) / n  
  
 a1 = sum([y\_average[i] \* x[i][1] for i in range(len(x))]) / n  
 a2 = sum([y\_average[i] \* x[i][2] for i in range(len(x))]) / n  
 a3 = sum([y\_average[i] \* x[i][3] for i in range(len(x))]) / n  
  
 a12 = sum([x[i][1] \* x[i][2] for i in range(len(x))]) / n  
 a13 = sum([x[i][1] \* x[i][3] for i in range(len(x))]) / n  
 a23 = sum([x[i][2] \* x[i][3] for i in range(len(x))]) / n  
  
 a11 = sum([i \*\* 2 for i in x[:, 1]]) / n  
 a22 = sum([i \*\* 2 for i in x[:, 2]]) / n  
 a33 = sum([i \*\* 2 for i in x[:, 3]]) / n  
  
 X = [[1, mx1, mx2, mx3], [mx1, a11, a12, a13], [mx2, a12, a22, a23], [mx3, a13, a23, a33]]  
 Y = [my, a1, a2, a3]  
 B = [round(i, 2) for i in solve(X, Y)]  
  
 print('\nРівняння регресії:')  
 print(f'y = {B[0]} + {B[1]}\*x1 + {B[2]}\*x2 + {B[3]}\*x3')  
  
 return y\_average, B  
  
  
def linear(n, m):  
 f1 = m - 1  
 f2 = n  
 f3 = f1 \* f2  
 q = 0.05  
  
 x, y, x\_norm = planning\_matrix\_linear(n, m, x\_range)  
  
 y\_average, B = regression\_equation(x, y, n)  
  
 dispersion\_arr = dispersion(y, y\_average, n, m)  
  
 temp\_cohren = f.ppf(q=(1 - q / f1), dfn=f2, dfd=(f1 - 1) \* f2)  
 cohren\_cr\_table = temp\_cohren / (temp\_cohren + f1 - 1)  
 Gp = max(dispersion\_arr) / sum(dispersion\_arr)  
  
 print('\nПеревірка за критерієм Кохрена:\n')  
 print(f'Розрахункове значення: Gp = {Gp}'  
 f'\nТабличне значення: Gt = {cohren\_cr\_table}')  
 if Gp < cohren\_cr\_table:  
 print(f'З ймовірністю {1-q} дисперсії однорідні.')  
 else:  
 print("Необхідно збільшити ксть дослідів")  
 m += 1  
 linear(n, m)  
  
 qq = (1 + 0.95) / 2  
 student\_cr\_table = t.ppf(df=f3, q=qq)  
 student\_t = kriteriy\_studenta(x\_norm[:,1:], y\_average, n, m, dispersion\_arr)  
  
 print('\nТабличне значення критерій Стьюдента:\n', student\_cr\_table)  
 print('Розрахункове значення критерій Стьюдента:\n', student\_t)  
 res\_student\_t = [temp for temp in student\_t if temp > student\_cr\_table]  
 final\_coefficients = [B[student\_t.index(i)] for i in student\_t if i in res\_student\_t]  
 print('Коефіцієнти {} статистично незначущі.'.  
 format([i for i in B if i not in final\_coefficients]))  
  
 y\_new = []  
 for j in range(n):  
 y\_new.append(regression([x[j][student\_t.index(i)] for i in student\_t if i in res\_student\_t], final\_coefficients))  
  
 print(f'\nОтримаємо значення рівння регресії для {m} дослідів: ')  
 print(y\_new)  
  
 d = len(res\_student\_t)  
 f4 = n - d  
 Fp = kriteriy\_fishera(y, y\_average, y\_new, n, m, d, dispersion\_arr)  
 Ft = f.ppf(dfn=f4, dfd=f3, q=1 - 0.05)  
  
 print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера:\n')  
 print('Розрахункове значення критерія Фішера: Fp =', Fp)  
 print('Табличне значення критерія Фішера: Ft =', Ft)  
 if Fp < Ft:  
 print('Математична модель адекватна експериментальним даним')  
 return True  
 else:  
 print('Математична модель не адекватна експериментальним даним')  
 return False  
  
  
def main(n, m):  
 main\_1 = linear(n, m)  
 if not main\_1:  
 interaction\_effect = with\_interaction\_effect(n, m)  
 if not interaction\_effect:  
 main(n, m)  
  
  
if \_\_name\_\_ == '\_\_main\_\_':  
 x\_range = ((-30, 20), (15, 50), (20, 35))  
  
 y\_max = 200 + int(sum([x[1] for x in x\_range]) / 3)  
 y\_min = 200 + int(sum([x[0] for x in x\_range]) / 3)  
  
 main(8, 3)

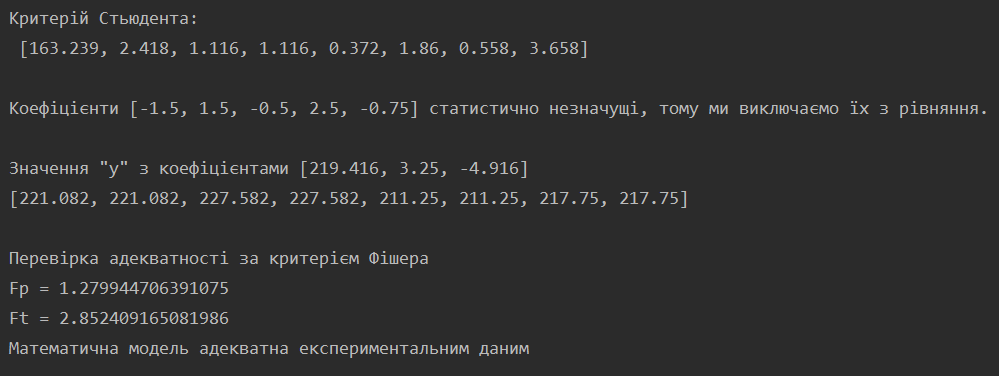
**Результати роботи програми:**











**Висновки:**

В ході виконання лабораторної роботи було проведено трьохфакторний експеримент та знайдено рівняння регресії адекватне об'єкту. Кінцева мета роботи досягнута.